

COMPITO DI MATEMATICA  
6 novembre 2009 – classe 5 E

Non saranno corretti problemi dei quali non sia stata data una adeguata rappresentazione grafica; le motivazioni di quanto fatto e la risposta finale; il compito deve essere scritto a penna in ogni sua parte (grafici compresi). Riconsegnare il testo. Una copia del testo, insieme dalle soluzioni, può essere scaricata dal sito [www.toschiroberto.it](http://www.toschiroberto.it)

A scelta uno dei due problemi

A scelta quattro dei seguenti quesiti

- 1) E' data la  $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 5}{3 - |3 - x|}$ .
- Disegnane il grafico
  - Determina, giustificando, gli eventuali punti di discontinuità e di non derivabilità
  - Determina la parabola passante per l'origine, avente vertice di ascissa 2 e passante per il punto della funzione di ascissa 3.
  - Nella parte di piano delimitata dalle due curve determina il segmento parallelo all'asse x di lunghezza massima
- 2) Considera il rettangolo ABCD, inscritto nel triangolo equilatero RST, il cui lato misura a. Il lato DA del rettangolo giace sul lato RS del triangolo. In una rotazione intorno a TH, altezza del triangolo si formano un cono e un cilindro in esso inscritto. Posto  $CR=x$  determina per quale valore di x si ha il cilindro di volume massimo. Determina il valore di a quando il volume massimo vale  $587671 \text{ cm}^3$

- Considera la funzione  $y = ax^3 + 2x^2 - bx + 1$ . Calcola il valore di a e di b in modo che il grafico della funzione sia tangente alla retta  $2x - y + 5 = 0$  nel punto A(-2,1).
- Determina la tangente alla funzione  $y = \text{sen}(\pi e^x)$  nel suo punto di ascissa  $x = 0$
- Determina il valore di a e di b in modo che la funzione  $f(x) = \begin{cases} x^2 + bx - a & x \leq 0 \\ x - 2b & x > 0 \end{cases}$  sia derivabile e continua per ogni  $x \in \mathfrak{R}$
- Calcola la derivata di  $y = 4 \arcsen \frac{x}{2} + x\sqrt{4 - x^2}$
- Con una determinata lunghezza di rete metallica si vuol recintare un giardino, che ha un muro su un lato, in modo da determinare l'area rettangolare massima. Come devono essere scelti i lati del rettangolo?
- Data la funzione  $f(x) = \frac{kx + 4}{x + k}$ . Discuti al variare di k la continuità della funzione (cioè che tipo di discontinuità ci sono al variare di k)
- Dopo aver preso in esame il seguente enunciato, stabilire se è vero o falso motivando esaurientemente la risposta: "risulta:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + 2 + 3 + \dots + n}{n^2} = 0$ " nel caso in cui sia falso fornisci un risultato alternativo.
- Calcolare se esiste un numero naturale n per il quale risulti  $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 1048576$

Il problema ha peso 8, i quattro quesiti hanno peso 3

**BUON LAVORO!**